

解析学 A 小テスト 3 解答 雪江明彦

問題 1 (1)  $x \ll e^x$  なので,

(2)  $\sin x, e^x$  とともに  $x = 0$  の近傍で連続なので有界. よって,

(3)  $(x + 1/x)/(1/x) = x^2 + 1 \rightarrow 1$  は極限が 0 でないので, ×

問題 2 ラグランジュの剰余項により

$$e^{0.1} = \sum_{m=0}^{n-1} \frac{0.1^m}{m!} + \frac{e^c 0.1^n}{n!} \quad 0 < c < 0.1$$

となる.  $n = 3$  なら

$$0 < \frac{e^c 0.1^3}{3!} < \frac{0.003}{6} = 0.0005$$

である.

$$\sum_{m=0}^2 \frac{0.1^m}{m!} = 1 + 0.1 + 0.005 = 1.105$$

なので,

$$1.105 < e^{0.1} < 1.1055.$$

よって,  $e^{0.1} = 1.105***$  と小数点第 3 位まで確定する. しかし 1 次の項までだと  $1 + 0.1 = 1.1$  と小数点第 3 位が違っている. したがって, 2 次の項まで必要である.