

解析学 A 小テスト 2 解答

問題 1 $f(x) = x^{\frac{3}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{5}} = x^{\frac{47}{60}}$. したがって, $f(x) = \frac{47}{60}x^{-\frac{13}{60}}$.

問題 2 (1)

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(e^x - 1)}{\cos x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - 1) + xe^x}{-\sin x} \\ &= -\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+2)e^x}{\cos x} \\ &= -2.\end{aligned}$$

(2) $f(x) = \sqrt[x]{x}$ とすると, $\log f(x) = \frac{1}{x} \log x$. この $x \rightarrow \infty$ における極限は不定形 $(\frac{\infty}{\infty})$ なので,

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow \infty} \log f(x) &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x}}{1} = 0.\end{aligned}$$

したがって, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = e^0 = 1$.