

名著に親しむ — 空間って何だろう

長谷川 浩司

「空間って何ですか。」と、入学したての学生さんに聞かれることがある。線型代数や何かの雑談がきっかけだったりするが、お茶を濁してしまうことも多い。正面切っては答えにくいなあと思ってのことだ。

ふりかえれば古代ギリシアにおいて、ゼノンのパラドックスが時空のあり方を問うていた。時空の無限分割の可否を問う「アキレスと亀」は学生時代、実数論のついでに「限らない追いかけてこも、無限和の収束により有限時間に終了する」という形で納得したものであった。個体発生は系統発生を繰り返す? («飛ぶ矢」や「スタジアム」も、運動は不可能という主旨で忘れがたい。) 実数論は古典力学的世界を記述する実数の体系に矛盾がないかに答えたといえよう。

古典的世界観の下、空間といえば高校までは「素朴に・目の前にある・このユークリッド空間」を意味しただろう。相対論と量子論を経て「空間とは何か」は今も先端的問いである。時間はもちろん、物質も空間を曲げる幾何学的存在である。その物質の構成要素も、時空の対称性を反映しつつ量子的な対象である。極微の空間を連続体と想定して良いか? はリーマンも問うていた。¹⁾ 自分が新入生の頃、物理の時間に「時間も連続的と思われているがそうでないかもしれない」と聞いたのも印象に残る。かくてはじめの質問にも どう答えたものかなあ、何を聞きたいのかなあ と苦笑し、

深谷賢治「これからの幾何学」(日本評論社)
(冒頭の章は「空間とは何か」である!) を挙げたりする。

粒子の生成消滅などは空間そのものに十分精妙な構造があることを示している。これに本格的に答えたのは場の量子論である—が、深いだけに難しい。光と電子という極小の系ですら繰り返し込みを要し大変だった*¹⁾。

*1) 片山泰久「光 - 電子系の理論」岩波講座「現代物理学の基礎」11「素粒子論」(1974) など。

唯一の現実が体系化可能か? 幸いに古典を拡張する枠組が整備されつつ、整備しつくせず今日に至っている。

数学的概念で物理世界を統制すべしという原理を広く知らしめたのは、ワイル「空間・時間・物質」だろうか。以来用いられる数学は途方もなく広範囲となり、代数でとくに顕著と思う。なぜ代数か? 記述できるものすなわち代数だからであろう: 異論もあるが、これについては是非佐藤講義録をあげたい²⁾。背景にはグロタンディーク的「空間そのもの」の反省があり、シャファレヴィッチ「代数学とは何か」(シュプリンガーフェアラーク東京) はそうした深い概念まで紹介する手軽で希有な本である。(ちなみに代数多様体のゼータ関数と量子場の分配関数の類似はどこまで深いだろうか? p 進世界は量子物理の夢を見るか?)

ラマヌジャンの世界も、究極の空間概念と無縁でないだろう。実際、統計物理の可解模型にその一端が関係するというのが 20 世紀後期のバクスターによる一大発見であった³⁾。「空間・時間・物質」の統一的理解を目指しつつ、物理学は重力の量子化などの深刻な困難を抱えて今日を迎え、その結果弦理論の発展形に至ったことは本特集でも語られていよう。最新の地点の理解は(私に) 困難だが、サボーンの本⁴⁾ は薄いながらオハナシでなく読めて(数学の者には) 有難い。

物理定数が最終的に数学で全て決定されるべきだという期待はワイルにもあった。今もファデーエフは「数学的モジュライとして 3 つの次元 (M, L, T) が説明されるべきである」、カルティエは「絶対ガロア群と物理定数のガロア群は関係するはずだ」などと言う。どちらも眉を湿して聞いたほうが良さそうだが、今後も我々はこのような言葉に代表されるアイデアに向うべきであろう。そのためにも最後に「ユークリッド原論」を挙げるべきかもしれない。初心にかえるべく。

参考文献

- 1) リーマン「幾何学の基礎にある仮説について」(1854)
リーマン論文集(朝倉書店 2004) 所載。
リーマンが教授資格講演としてガウスの前で語り、興奮したガウスが帰り道でドブにはまって死期を早めたといういわくつき。論文であり成書ではないが、入れ物と独立な内在的概念としての「空間」をはじめて説いた教書というべきであろう。極微の世界を連続体と
思ってよいか?と疑問を述べさせたのは、ゼノンなどギリシアの古典の重みだったかもしれない。
- 2) 佐藤幹夫講義録(梅田亨他記)1984 年度~1985 年度、
京都大学数理解析研究所刊
述者の広汎な数学観に圧倒される経験ができ、貴重である。「ソリトンの佐藤理論」を講じつつ無限次元の対称性(これも代数的に目に見える形で扱うべきとされる)により統制されるべき世界の典型を示したというべきであろう。梅田氏曰「この講義を聞いてホモロジーの考え方におそれ — というか肌身にあわない違和感 — がなくなった。偉大な先生から直接聞くのは良いことだと実感した」。
- 3) R. Baxter, Exactly Solved Models in Stastical Physics. Academic Press (1982)
統計物理において 2 次元 Ising をこえる可解模型を得ることは長く空白であった。Baxter はそこに「ナルニア国物語の火を吐くライオンの如く世界を造った」(三輪)。数学としても量子群あるいは組紐圏の発見につながる重要事であり、グロタンディークのガロア群研究にも関係する。マクロの挙動はミクロの微妙な詳細によらないとする統計物理のユニバーサリティの教えによれば、マクロから認識される空間というものはミクロにはこういう世界でもありうるのだろうか。
- 4) Szabo, An Introduction to String Theory and D-brane Dynamics, Imperial Colledge Press (2004).
大学院生(日本でいえば博士課程)むけの集中講義の記録であり、120 ページあまりという薄い本ながらもオハナシでないようにブレインの話まで書いてある。材料の厳選は、あるいは専門家には不満であるかもしれないが、表現論(数学として定式化しやすい)になじみがあれば読みやすい本であり邦訳が待たれる。必要な表現論は、たとえば脇本先生の「無限次元リー環論」(岩波書店)などで補えるだろう。

(はせがわ・こうじ, 東北大学大学院理学研究科)