1　履歴

2006 年 6 月

藤原 耕二（ふじわら こうじ）. 1964 年 2 月 23 日 東京生まれ
所属/連絡先：東北大学大学院 理学研究科 数学専攻
〒 980-8578 仙台市 青葉区 荒巻字青葉
tel：022-795-6384. fax：022-795-6400.
e-mail：fujiwara@math.tohoku.ac.jp

教育

1986 3 月：東京大学　理学部　数学科卒
1988 3 月：理学修士（東京大）
1993 3 月：博士（数理科学）(東京大). タイトル "Laplacian on graphs".
指導教官：深谷賢治　教授

職歴

1990 4 月- 1996 3 月：慶応大学・理工学部・数理科学科・助手
1996 4 月 - 1998 3 月：同・専任講師
1998 4 月 - 現在：東北大学　大学院理学研究科・数学専攻・助教授

主な海外研究歴

1993 4 月-7 月：Univ of Warwick.
1993 10 月-1995 3 月：Univ of California at Berkeley, MSRI.
1996 3 月：ポアンカレ研究所（パリ）
1996 8 月：オーストラリア国立大学
1998 9 月-1999 3 月：Univ of Utah.
1999 4 月- 2000 1 月：Univ of Warwick.
2000 5 月　：MSRI（バークレー、米国）
2001 7,8 月：IHES (パリ).
2001 11,12 月：マルセイユ プロバンス大学
2002 2 月：シカゴ大学
2004 9-10 月: リール大学（フランス）.
2005 9 月 - 2006 2 月: マックスプランク研究所（ドイツ）
2006 4-5 月：カリフォルニア工科大、シカゴ大学

研究集会などでの主な招待講演

1995. Brazilian Topology meeting.

1995. Surveys in Geometry「無限群と幾何学」, 東工大.

1996. 日本数学会（秋. 都立大）幾何学分科会　特別講演.

1997. "Modern Ergodic Theory" at Technion in Haifa, Israel.

2000. 幾何学シンポジウム（名古屋大）連続講演.

2001. 1st AMS-SMF meeting at ENS Lyon, France. Special session for Geometric Group Theory.

2002. 15th JAMI(Japan-US Math Institute) at Johns Hopkins U.

2002. ICM 2002 Satellite meeting in Geometric Topology. at Xian, China.

2002. 1st JAMS meeting "Discrete Analysis and related topics" in Sendai.

2003. トポロジーシンポジウム（松本）

2003. Spring Wasatch Topology conference–Cannon festival. Park City, USA.

2003. Surveys in Geometry, special edition (落合卓四郎先生還暦記念). 東大.

2004. Brooks memorial conference. at Technion, Haifa, Israel.

2004. 幾何学シンポジウム（都立大）.

2005. "Bounded Cohomology, Harmonic Maps and Higgs Bundles" in Strasbuorg and Basel.

2006 日本数学会年会、幾何学分科会特別講演。中央大。

2006. "Combinatorial and geometric group theory", Vanderbilt University, May 5-10.

コロキウム、セミナー講演

北大、東北大、東大、東工大、大阪大、名古屋大、京大、九州大、慶応大、熊本大、金沢大;

カリフォルニア大バークレー校、同デービス校、ボストン大、プリンストン大、カルテック、コロンビア大、シカゴ大、ミシガン大、カリフォルニア州立大サンノゼ校、ユタ大、イリノイ大、MSRI;

マルセイユ大、パリ大オルセー、IHES、エルサレム大、テクニオン、フランクフルト大、ボッフォナム大、ボン大、ミュンヘン大、MPI、　ウォーイック大、マンチェスター大学、オックスフォード大学、ニューキャッスル大学、インペリアル・カレッジ、メルボルン大、リール大学、ストラスブルグ大学、カーン大学、ツールーズ大、バーゼル大、ETH など.

研究費など

科学研究費：

1995-1996 奨励 A 代表者. 「離散群の分解とツリーへの作用」

1997 奨励 A 代表者. 「離散群の分解と低次元トポロジー」

2000-2001. 奨励 A 代表者.「自由群の外部自己同型群の幾何学的研究」

2002-2004. 基盤 C 代表者。「無限離散群の幾何学的研究」

2005-2006. 基盤 C 代表者。「幾何学的群論と双曲幾何」

その他：

1990. 慶応義塾研究奨励費

1992.10-1993.3　湯川奨学会、第４３回奨学生（大阪大学）．「Automatic group について」

1993.4-7. キヤノンヨーロッパ財団 フェロー (at U of Warwick)

1993.9-1995.3. JSPS 海外特別研究員 (at MSRI).

1995 JSPS 特定国派遣研究者 (短期) オーストラリア (オーストラリア国立大)

1996.3. 数理科学振興会　助成金 (to visit Poincare Institute).

1996.10-1997.9. 住友財団　研究助成.「幾何学的手法による無限離散群の研究」

1997. 稲盛財団　研究助成. 「幾何学的手法による無限離散群論」

1998 川井数理科学財団　研究助成 (to visit U of Utah)

1999/2000 JSPS 特定国派遣研究者 (長期) イギリス、(U of Warwick)

2001.11 文部省 国際研究集会派遣 (at Luminy, France)

2003 JSPS 外国人招聘研究者受け入れ (to invite Prof. Z.Sela to U Tohoku).

外国人研究者受け入れ

1995.10-11. Panos Papasoglu(Orsay, Paris).

2003.2. Zlil Sela(Hebrew Univ)

2004.7. Danny Calegari (Cal Tech)

2004.8. Mark Sapir(Vanderbilt U)

2005.5. Brian Bowditch(U of Southampton)

セミナーや研究集会の運営

2003.12-現在. 東北大学・理学部・数学教室でデーンセミナー（幾何学的

群論の研究セミナー）を運営。
2002.12. 1st JAMS meeting ”Discrete Analysis and related topics” . 仙台。co-organiser.
2005.2.7-10. Global Analysis and Global Geometry in Sendai, 2005. co-organiser.

集中講義など

1997.12. 東北大、数学。集中講義「組み合せ群論と低次元トポロジー」
2002.1. 名古屋大学多元数理, 集中講義「幾何学的群論の入門」
2002.10. 北大、数学。集中講義「幾何学的群論入門」。
2003.1. 東工大、大学院情報科学。集中講義「幾何学的群論の入門」
2004.1. 京大、数学.　ＣＯＥワークショップ ”Coarse geometry and geometric group theory”. 連続講義, ”CAT(0) dimension of groups”.

社会貢献など

2004.8.20 仙台数学セミナー、「アルキメデスの話」（高校生向け）
2004.12.16. 「面積の話」、宮城第一女子高、理数科講演会。

受賞など

2005 年度　日本数学会幾何学賞.

2 研究業績

2.1 論文リスト

[1]. K. Fujiwara, A construction of negatively curved manifolds, **Proc. Japan Acad. Ser.A**, 64 (1988), no. 9, 352–355.
[2]. K. Fujiwara, Metric deformation of non-positively curved manifolds, **J. Math. Soc. Japan**, 42 (1990), no. 2, 213–219.
[3]. K. Fujiwara, On the bottom of the spectrum of the Laplacian on graphs, "Geometry and Its Applications", 1993, World Scientific, edit. by Nagano, T., et al, 21–27
[4]. K. Fujiwara, Convergence of the eigenvalues of Laplacians in a class of finite graphs, "Geometry of the Spectrum", edit. by R. Brooks, C. Gordon, P. Perry, Contemporary Mathematics, vol 173, AMS, 1994, 115-120.
[5]. K. Fujiwara, Eigenvalues of Laplacians on a closed Riemannian manifold and its nets, **Proc. AMS.**, Vol 123, No 8, (1995), 2585 - 2594.
[6]. K. Fujiwara, Growth and the spectrum of the Laplacian of an infinite graph, **Tohoku Math J**. 48, (1996), 293-302.
[7]. K. Fujiwara, Laplacians on rapidly branching trees, **Duke Math Jour**. 83, no 1, (1996), 191-202.
[8]. D.B.A. Epstein, K. Fujiwara, The second bounded cohomology of word hyperbolic groups, **Topology** 36, (1997), 1275-1289.
[9]. K. Fujiwara, The second bounded cohomology of a group acting on a Gromov-hyperbolic space, **Proc. London Math. Soc.**(3) 76, no 1 (1998), 70-94.
[10]. K. Fujiwara, A. Nevo, Maximal and pointwise Ergodic Theorems for word-hyperbolic groups, **Erg. Th. and Dyn. Sys.** 18. No4, (1998), 843-874.
[11]. K.Fujiwara, On isometric actions of SL(n,Z) on visibility manifolds, **Geom. Dedicata**, vol 77 (1999) No2, 203-208.
[12]. K.Fujiwara, 3-manifold groups and property T of Kazhdan, **Proc. Japan Acad. Ser.A**, 75 (1999), no.7, 103–104.
[13]. K. Fujiwara, The second bounded cohomology of amalgamated free product of groups, **Trans. A.M.S.** 352 (2000), no.3, 1113–1129.
[14]. K.Fujiwara, On a theorem by Farb and Masur, **Proc. AMS** 128

(2000), 3463-3464.
[15]. K. Fujiwara, K. Ohshika, The second bounded cohomology of 3-manifold groups, **Publ. Res. Inst. Math. Sci.** 38 (2002), no. 2, 347–354.
[16] K.Fujiwara, T.Soma, Bounded classes in the cohomology of manifolds, **Geom. Dedicata**. 92, 73-85, (2002).
[17] M.Bestvina, K.Fujiwara, Bounded cohomology of subgroups of mapping class groups. **Geometry and Topology**, Volume 6 (2002) 69–89.
[18] K.Fujiwara, On the outer automorphism group of a hyperbolic group. **Israel J of Math.**131, (2002) 277-284.
[19]. K.Fujiwara, T.Shioya, S.Yamagata. Parabolic isometries of CAT(0) spaces and CAT(0)-dimensions. **Algebraic and geometric topology** 4 (2004) 861-891.
[20]. K.Fujiwara. On non bounded generation of discrete subgroups in rank-1 Lie group. Contemporary Math 387, "The proceedings of the Brooks memorial meeting", AMS. 153–156, 2005.
[21] K.Fujiwara, K.Nagano, T.Shioya. Fixed point sets of parabolic isometries of CAT(0)-spaces. **Comm.Math.Helv.** 81 (2006), 305-335
[22] K.Fujiwara, P.Papasoglu, JSJ-decompositions of finitely presented groups and complexes of groups. **GAFA** Vol 16, (2006), 70-125.

2.2 解説文など

1. 「基本群」、「数学のたのしみ」14 号 (1999)。
2. 「基本群」、「現代数学の土壌、２」、日本評論社、2001.
3.「グロモフ」、数学セミナー 2004 年 3 月号.

2.3 書籍

共著 (藤原耕二、中島啓 他) 「微分幾何学の最先端」, Surveys in Geometry, special edition(2003 年 10 月), 培風館、2005.

2.4 研究概要

私の研究分野は、リーマン計量の構成（論文 1,2）、グラフとリーマン多様体のスペクトル理論（論文 3,4,5,6,7）、幾何学的群論（無限離散群論）（論文 8-22）の三つに大きく分かれる。

群の有界コホモロジー

群 G(と位相空間) の n 次元有界コホモロジー, $H_b^n(G, \mathbf{R})$, は Gromov によって 80 年代に定義され、リーマン多様体の最小体積の評価などリーマン幾何で大きな成功を収めた。しかし離散群（多くは可算群）の有界コホモロジーの計算例は Brooks による自由群の場合がある程度であったが、私は共同研究者たちとの研究で、いくつかの重要な群について計算した [8],[9],[13],[15],[16],[17],[18]. 実際には群 G の擬準同型を構成することで、２次元の有界コホモロジーを計算した。写像 $f : G \to \mathbf{R}$ が「擬準同型」とは、ある定数 C が存在して群の任意の元 g, h について

$$|f(g) + f(h) - f(gh)| \leq C$$

となることをいう。$C = 0$ なら f は準同型である。離散群に非自明な準同型が存在するかは既に難しく興味深い問題である。例えば、村上信吾らによればランクが 2 以上の半単純リー群の格子部分群（例えば $\mathrm{SL}(3, \mathbf{Z})$）には非自明な準同型は存在しない。

私は共同研究者らと、次の群に擬準同型が多く存在することを示した（正確には、それらからなる、あるベクトル空間の次元が無限）。

1. Gromov の意味の「双曲群」の初等的でない部分群, [8]。例えば、双曲閉多様体の基本群など。
2. 「エンド」が無限個ある群,[13]。応用として、自明でないノット群.
3. 向きのついたコンパクトな曲面 S の写像類群 $\mathrm{Mod}(S)$ の部分群でアーベル群を有限指数で含まないもの。とくに、例外的な場合を除いて、$\mathrm{Mod}(S)$ 自身, [17].

これらは次のような応用をもつ。

1. ランクが 2 以上の半単純リー群の格子部分群は、写像類群の部分群にならない（「Kirby の Problem リスト」の問題の解決。Poisson 境界を使っての Kaimanovich-Masur による別証あり）。さらに強く、ランクが 2 以上の半単純リー群の格子部分群 Γ (例えば、$\mathrm{SL}(n, \mathbf{Z}), n \geq 3$) から $\mathrm{Mod}(S)$ への準同型像は有限群に限る, （[17]).

2. 写像類群の 2 次元有界コホモロジーの決定（森田茂之氏の予想の肯定的解決）。さらには、その結果を写像類群の全ての部分群について一般化, [17].
3. 写像類群の非有限生成性 (non-bounded genaration) の別証明（Farb-Lubotzky-Minsky の定理）。さらには、その結果を写像類群の全ての部分群に一般化, [20].
4. ランク 1 の単純リー群の離散部分群の有限生成性の完全な判定 (Margulis-Vinberg による結果の拡張), [20].

上の 1 は Mostow-Margulis から続く一連の「群の剛性定理」の一つとみなせるが、剛性定理の証明に擬準同型をこのように使う手法はこれが初めてで、剛性定理へのアプローチの最も簡便な手法として、別の群への応用が期待される。

群の JSJ 分解

離散群 G の分解（一番簡単な形は自由積分解 $G = A * B$. その一般形として融合積 $G = A *_C B$ とＨＮＮ拡大 $G = A*_C$, さらにはそれらの一般である「グラフ分解」と呼ばれるもの）を記述する理論として「Bass-Serre 理論」が、70 年代に確立していた。これは、分解の一つ一つを個別に記述する理論であるが、一方、自由積分解に限っては、一般に有限表示群を与えたとき、その自由積分解全体を記述する結果として「Grushko の定理」という古典的な定理が知られていた。

1990 年代初頭、Rips と Sela は任意の有限表示群に関して、$\mathbf{Z}$ に同型な部分群について (上の例で $C \simeq \mathbf{Z}$) の分解全体の空間の記述に成功した (Rips が ICM 1994 で招待講演)。これは有限表示群の「$\mathbf{Z}$ 上の JSJ 分解」と呼ばれる。この呼称は Jaco-Shalen-Johannson に由来するが、彼らは 70 年代に、コンパクトな 3 次元多様体 M に埋め込まれたトーラス全体を記述する理論を確立していた。これは 3 次元多様体の「JSJ 分解」と呼ばれ、3 次元多様体論のもっとも基本的な理論である。例えば、Thurston によって 80 年代に提出された「幾何化予想」は、JSJ 分解で得られるひとつひとつのピースが「幾何構造」を持つ事を主張する。この予想は 3 次元多様体論の指導的な予想であるが、JSJ 分解なしには予想の記述すらできない。

ファンカンペンの定理を適用すれば、埋め込まれたトーラスたちによる 3 次元多様体の分解は、多様体の基本群の $\mathbf{Z}^2$（トーラスの基本群）に関するグラフ分解を誘導する。既に述べた Rips-Sela の理論は一般の有限表示群 G(3 次元多様体の基本群とは限らない）の $\mathbf{Z}$ に関する分解を全て

記述したが、我々は（論文 [22]）、任意の有限表示群に関して、$\mathbf{Z}^n$ に同型な部分群上の全ての分解を記述することに成功した。

これは Rips-Sela の理論の一般化であるが、証明法は全く異なり、かつ最も良い（分かりやすい）証明であるという評価がある。さらに、これ以上の一般化を容易に許さないと考えられる。論文 [22] は、幾何学的群論のもっとも深い結果の一つであると、関連の研究者たちに認識されている。

また、我々の JSJ 分解をコンパクトな 3 次元多様体の基本群に適用すると、3 次元多様体の JSJ 分解が基本群に導く分解と同じものを得る。その意味で、3 次元多様体の位相的な JSJ 分解は、群の JSJ 分解の位相的な実現であることが分かる。

我々による一般化された JSJ 理論は、その後 Sela によって自由群の「Tarski 予想」の解決 (Sela が ICM 北京 2002 で招待講演）に本質的に使われた。そのためには、Rips-Sela による $\mathbf{Z}$ についての JSJ 理論では十分でなく、一般化された $\mathbf{Z}^n$ についての JSJ 理論が必要だった。

グラフのラプラシアン

グラフ上の離散的なラプラシアンについての研究は多い。またグラフ上のラプラシアンはグラフ上のランダムウォーク、マルチン境界、離散群上のランダムウォークなどと密接な関連がある。さらに、リーマン多様体上のラプラシアンの結果の離散版も多く得られている。論文 [7] では、チーガー定数 h を使ってラプラシアンの第一固有値 λ をしたから次のように評価した。

$$1 - \sqrt{1 - h^2} \leq \lambda.$$

それまで知られていた不等式は

$$h^2/2 \leq \lambda$$

であった。常に $h^2/2 \leq 1 - \sqrt{1 - h^2}$ であるから、私の不等式がよりよい不等式であるだけでなく、正規ツリーにおいては不等号で等号が成り立つという意味でベストの評価である。リーマン多様体における評価式は見かけ上 $h^2/2 \leq \lambda$ とパラレルな形をしていて、この評価式をグラフで得るにはリーマン多様体での証明を焼直せばよい。私の評価式を得るには、さらに工夫が必要である。論文 [6] では、グラフの増大度とラプラシアンの第一固有値の関係を論じた。これもリーマン多様体で対応する結果があるが、上と同じく一工夫して良い評価を得ている。

論文 [5] は学位論文で、コンパクトなリーマン多様体のラプラシアンのスペクトルをそれに埋め込まれたグラフのラプラシアンのスペクトルで

近似した。この論文は数学以外からの引用が多い。たとえば、画像処理の研究者（カルテックやマックスプランクのグループ）が、離散的な有限データから滑らかな画像を再生する研究において役立っている。

群のエルゴード性定理

バーコフなどのエルゴード性定理（時間平均と空間平均が一致するという主張）は、群作用の立場からは、$\mathbf{Z}$ または $\mathbf{R}$ の確率空間への群作用についての結果とみなせる。それ以降、これ以外の群、例えば $\mathbf{Z}^n$ などの場合にも結果は拡張されているが、およそ、「アメナブル」と呼ばれる群の場合に限られていた。

90 年代後半、Stein, Margulis, Nevo, Zimmer などによって、エルゴード性定理が、自由群の群作用の場合へも一部拡張することが示された。自由群はアメナブルでない、もっとも簡単な例である。彼らの議論は自由群の特殊性を大いに使っているが、その背景には、エルゴード性定理の成立が関数解析的な理由だけでなく、離散群に内在する幾何学があることが見て取れる。

それに着目して、Gromov の「双曲群」にまでエルゴード性定理を拡張したのが [10] である。古典的な定理での時間平均を $\mathbf{Z}$ の群作用についてのオービット平均と読み替えて、双曲群の作用についてもそのオービット平均と、空間平均が一致する事を示した。この仕事は、エルゴード理論の新しい展開の可能性を示唆している。