

# 数式で解く模様対称と非対称



赤間 陽二<sup>(1)</sup> 佐藤 篤<sup>(1)\*</sup> 中村 公亮<sup>(2)\*</sup>  
 (1) 東北大学大学院理学研究科数学専攻  
 (2) 東北大学大学院理学研究科化学専攻  
 \* ファシリテータ  
 明松真司(数学科)に感謝



理学部100周年記念サイエンスカフェ  
 2012・3・15 於 仙台メディアテーク

対称性について、前世紀の大数学者のH. Weylは...

『対称性』の意味は広漠としつつも、芸術や自然において重要な主題である。数学は『対称性』の根源にあり、数学的知性の動きを明らかにする上で、それより優れたものを見出すのは困難である。

『対称性』は、広い意味でも狭い意味でも、それによって人類が長い時代に亘って秩序と美、そして完全性を理解し創造しようと努力してきた1つの理念である。



立体の対称性



非対称性がどうして生まれるか？

雨宮研究室(発生機構生物学研究室)では、動物の発生過程におけるボディプランの確立機構を研究している。...体の左右非対称性を生み出す機構の、発生過程における解明。...我々の体は、外見上は、左右対称にできているが、内臓の配置などには、左右の非対称性が見られる。このような左右非対称性が、発生過程でどのように生じるかを、胚操作による左右非対称性の攪乱と、左右非対称性に関与する遺伝子の分離によって研究する。(「東京大学機能生命科学大講座のホームページから」)



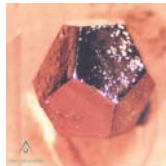
準結晶[Shechtman 82]

結晶 = 原子が周期的に並んでいる  
 (短距離秩序、長距離秩序あり)

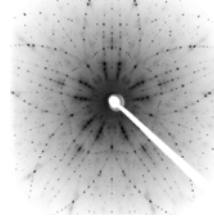
ガラス = 短距離の秩序はあるけれど長距離秩序はない

準結晶の非対称性は、高次元の対称的な構造を有限で切り取ったことに由来する、を伝えたい。

準結晶(Quasicrystal) = 長距離秩序あり(なぜならばBragg peaks Symmetry incompatible with translation invariance)



Icosahedral



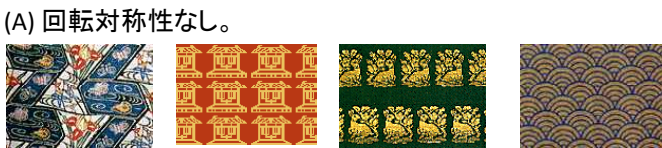
W. Steurer, i-APdMn Laves

高次元の対称性が準結晶の非対称性として関係するの？

平面図形の対称性: どこを中心にとどれだけ回転すると重なるか?、どこに鏡を置けば鏡の中の像と同じになるか? --- 日本の家紋を例に



平面的対称性: どの方向にどれだけ平行移動すると全体が重なるか? --- 日本の伝統的着物の柄を例に図形の別



(A) 回転対称性なし。

(B) 2回回転対称性があるが、それより大きな回転対称性なし。



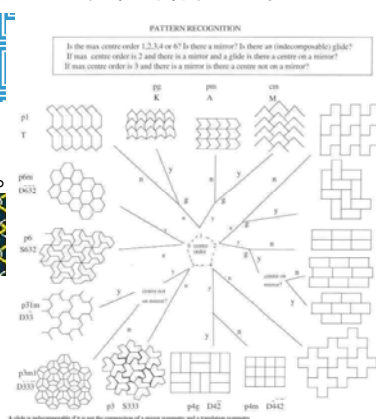
(C) 4回回転対称性あり。それより大きな回転対称性なし。



(D) 3回回転対称性あり。それより大きな回転対称性なし。



(E) 6回回転対称性あり



準結晶の数理モデル

切断射影集合とそのスキーム

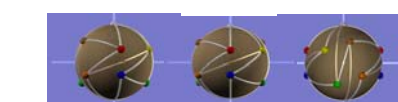
Penrose タイリングの頂点集合  $P_5 = \Delta(\tilde{L}, W_5)$

Pisot フラクタルタイリング  $T_3$  の特徴的集合  $\Delta(\tilde{L}, \{0, 1\})$

合同な四角形による球面上の模様、意外に低い対称性を持つ模様について



合同な菱形による球面上の模様(右2個は系列になっている)



12面凹四角形、2回回転対称軸が3個