

Quantum dressing chain の Hamiltonian の形

黒木 玄

2004年8月4日

$$H_3 =$$

$$\begin{aligned} & v_1^2 v_2 + v_1 v_2^2 + v_1^2 v_3 + v_2^2 v_3 + v_1 v_3^2 + v_2 v_3^2 + 2v_1 v_2 v_3 \\ & - (\varepsilon_2 + \varepsilon_3) v_1 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_3) v_2 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) v_3 \end{aligned}$$

$$H_5 =$$

$$\begin{aligned} & v_1^2 v_2 + v_1 v_2^2 + v_1^2 v_3 + v_2^2 v_3 + v_1 v_3^2 + v_2 v_3^2 + v_1^2 v_4 + v_2^2 v_4 + v_3^2 v_4 + v_1 v_4^2 + v_2 v_4^2 + v_3 v_4^2 + v_1^2 v_5 + \\ & v_2^2 v_5 + v_3^2 v_5 + v_4^2 v_5 + v_1 v_5^2 + v_2 v_5^2 + v_3 v_5^2 + v_4 v_5^2 \\ & + 2v_1 v_2 v_3 + 2v_1 v_2 v_4 + 2v_1 v_3 v_4 + 2v_2 v_3 v_4 + 2v_1 v_2 v_5 + 2v_1 v_3 v_5 + 2v_2 v_3 v_5 + 2v_1 v_4 v_5 + 2v_2 v_4 v_5 + \\ & 2v_3 v_4 v_5 \\ & - (\varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4 + \varepsilon_5) v_1 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4 + \varepsilon_5) v_2 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_4 + \varepsilon_5) v_3 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \\ & \varepsilon_5) v_4 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4) v_5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_7 = & v_1^2 v_2 + v_1 v_2^2 + v_1^2 v_3 + 2v_1 v_2 v_3 + v_2^2 v_3 + v_1 v_3^2 + v_2 v_3^2 + v_1^2 v_4 + 2v_1 v_2 v_4 + v_2^2 v_4 + 2v_1 v_3 v_4 + \\ & 2v_2 v_3 v_4 + v_3^2 v_4 + v_1 v_4^2 + v_2 v_4^2 + v_3 v_4^2 + v_1^2 v_5 + 2v_1 v_2 v_5 + v_2^2 v_5 + 2v_1 v_3 v_5 + 2v_2 v_3 v_5 + v_3^2 v_5 + \\ & 2v_1 v_4 v_5 + 2v_2 v_4 v_5 + 2v_3 v_4 v_5 + v_4^2 v_5 + v_1 v_5^2 + v_2 v_5^2 + v_3 v_5^2 + v_4 v_5^2 + v_1^2 v_6 + 2v_1 v_2 v_6 + v_2^2 v_6 + \\ & 2v_1 v_3 v_6 + 2v_2 v_3 v_6 + v_3^2 v_6 + 2v_1 v_4 v_6 + 2v_2 v_4 v_6 + 2v_3 v_4 v_6 + v_4^2 v_6 + 2v_1 v_5 v_6 + 2v_2 v_5 v_6 + 2v_3 v_5 v_6 + \\ & 2v_4 v_5 v_6 + v_5^2 v_6 + v_1 v_6^2 + v_2 v_6^2 + v_3 v_6^2 + v_4 v_6^2 + v_5 v_6^2 + v_1^2 v_7 + 2v_1 v_2 v_7 + v_2^2 v_7 + 2v_1 v_3 v_7 + 2v_2 v_3 v_7 + \\ & v_3^2 v_7 + 2v_1 v_4 v_7 + 2v_2 v_4 v_7 + 2v_3 v_4 v_7 + v_4^2 v_7 + 2v_1 v_5 v_7 + 2v_2 v_5 v_7 + 2v_3 v_5 v_7 + 2v_4 v_5 v_7 + v_5^2 v_7 + \\ & 2v_1 v_6 v_7 + 2v_2 v_6 v_7 + 2v_3 v_6 v_7 + 2v_4 v_6 v_7 + 2v_5 v_6 v_7 + v_6^2 v_7 + v_1 v_7^2 + v_2 v_7^2 + v_3 v_7^2 + v_4 v_7^2 + v_5 v_7^2 + \\ & v_6 v_7^2 - \varepsilon_2 v_1 - \varepsilon_3 v_1 - \varepsilon_4 v_1 - \varepsilon_5 v_1 - \varepsilon_6 v_1 - \varepsilon_7 v_1 - \varepsilon_1 v_2 - \varepsilon_3 v_2 - \varepsilon_4 v_2 - \varepsilon_5 v_2 - \varepsilon_6 v_2 - \varepsilon_7 v_2 - \varepsilon_1 v_3 - \\ & \varepsilon_2 v_3 - \varepsilon_4 v_3 - \varepsilon_5 v_3 - \varepsilon_6 v_3 - \varepsilon_7 v_3 - \varepsilon_1 v_4 - \varepsilon_2 v_4 - \varepsilon_3 v_4 - \varepsilon_5 v_4 - \varepsilon_6 v_4 - \varepsilon_7 v_4 - \varepsilon_1 v_5 - \varepsilon_2 v_5 - \varepsilon_3 v_5 - \\ & \varepsilon_4 v_5 - \varepsilon_6 v_5 - \varepsilon_7 v_5 - \varepsilon_1 v_6 - \varepsilon_2 v_6 - \varepsilon_3 v_6 - \varepsilon_4 v_6 - \varepsilon_5 v_6 - \varepsilon_7 v_6 - \varepsilon_1 v_7 - \varepsilon_2 v_7 - \varepsilon_3 v_7 - \varepsilon_4 v_7 - \varepsilon_5 v_7 - \varepsilon_6 v_7 \end{aligned}$$

予想: n が奇数のとき

$$H_n = \sum_{1 \leq i < j \leq n} (v_i^2 v_j + v_i v_j^2) + 2 \sum_{1 \leq i < j < k \leq n} v_i v_j v_k - \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j \neq i} \varepsilon_j \right) v_i.$$